

I Définition et représentation graphique

Définition 1

a et b sont deux réels donnés différents de 0 et (O, I, J) un repère du plan.

La fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax + b$ est appelée fonction *affine*, elle est représentée par une droite où

- Le réel a est le *coefficient directeur* de cette droite,
- Le réel b est l'*ordonnée à l'origine*.

Remarques :

Dans le cas où $b = 0$, la fonction est appelée fonction *linéaire*, représentée par une droite passant par l'origine.

Dans le cas où $a = 0$, la fonction est appelée fonction *constante*, représentée par une droite « horizontale ».

Une droite « verticale » n'est pas une fonction.

Exercice

Parmi les fonctions suivantes, lesquelles sont des fonctions affines ? Mentionnez celles qui sont linéaires ou constantes.

Indication

L'expression d'une fonction affine est du type $f(x) = ax + b$.

Que vaut a et que vaut b ?

a. $f(x) = x + 4$

b. $f(x) = x$

c. $f(x) = 1$

d. $f(x) = \beta x + \alpha$

e. $f(x) = \alpha x + \alpha^2$

f. $f(x) = 1 - x$

g. $f(x) = 1 - x^2$

h. $f(x) = \frac{1}{x}$

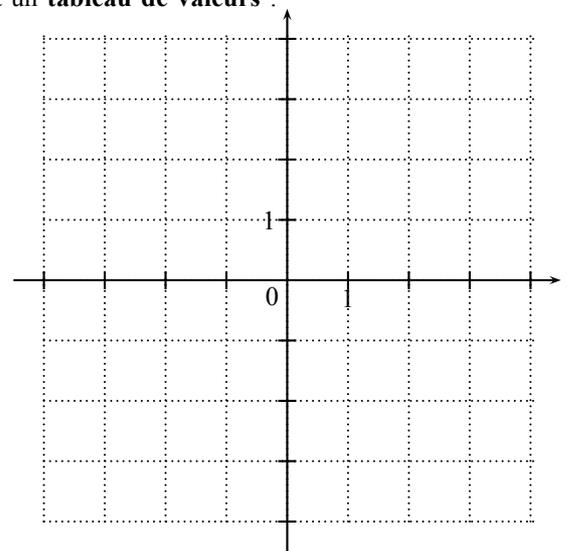
i. $f(x) = x^2 - (x - 1)^2$

Exemple 1: Représenter graphiquement une fonction affine en utilisant un **tableau de valeurs** :

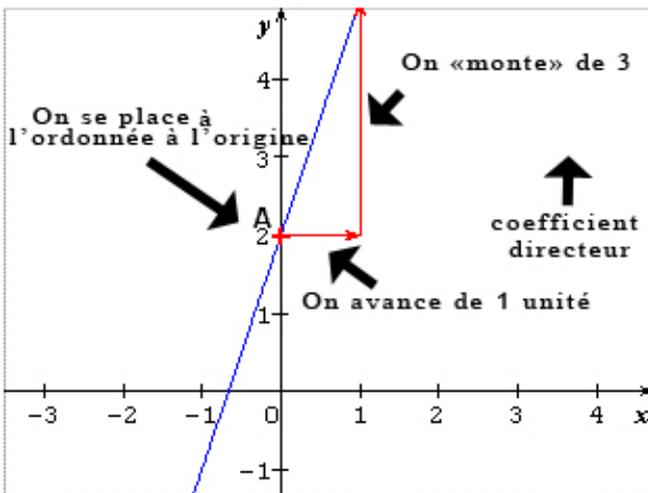
$C_1 : f(x) = x + 1$

$C_2 : f(x) = 2$

$C_3 : f(x) = -3x - 2$



Exemple 2: Représenter graphiquement une fonction affine en utilisant le **coefficient directeur** et l'**ordonnée à l'origine** :



La droite a donc pour équation $y = 3x + 2$.

Tracer dans le repère ci-contre les droites D' et D'' d'équations :

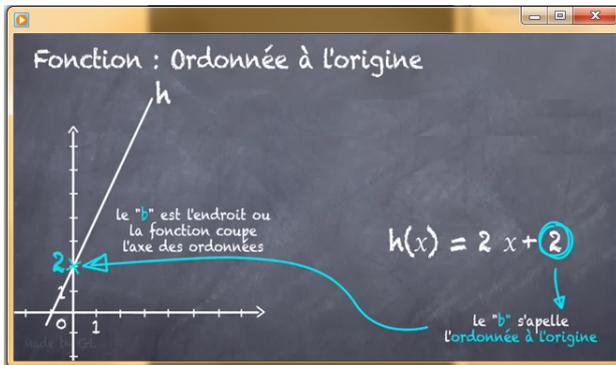
$y = x + 1$ et $y = -x + 3$

II Déterminer une fonction affine

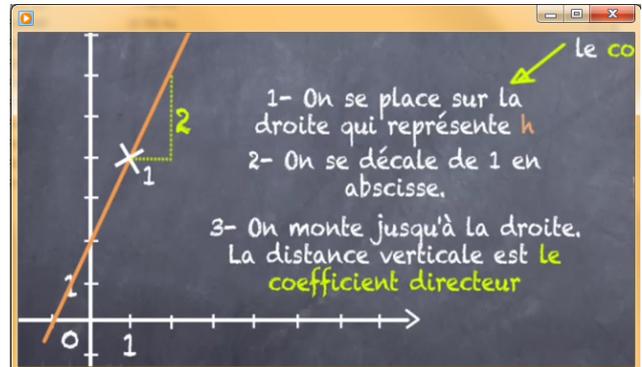
1 Graphiquement :

On procède à une lecture de l'ordonnée à l'origine et du coefficient directeur.

Vidéos à l'appui :



<https://youtu.be/iX6LklqqPXI>



<https://youtu.be/ni1cSNtLgWY>

2 Par le calcul :

2.1. Équation d'une droite connaissant son coefficient directeur (ou pente) et un point

Exemple Trouvez l'équation de la droite passant par le point $A(-1 ; 2)$ et de coefficient directeur 3.

Exercice 2.11

Déterminez l'équation d'une fonction affine f telle que...

- $f(2) = 5$ et son coefficient directeur vaut -1 ,
- son graphe passe par le point $(3 ; 6)$ et est de pente 3,
- $f(-1) = 2$ et la pente de son graphe vaut -2 .

Exercice 2.12



Un homme en bonne santé élimine en moyenne 0.15 ‰ d'alcool par heure.

À minuit, Jean a 1.30 ‰ d'alcool dans le sang. Encore lucide, il décide qu'il est temps d'arrêter de boire...

- Déterminez la fonction affine correspondant à cette situation.
- À quelle heure son taux d'alcool sera-t-il de 0.5 ‰ ?
- À quelle heure n'aura-t-il plus d'alcool dans le sang ?

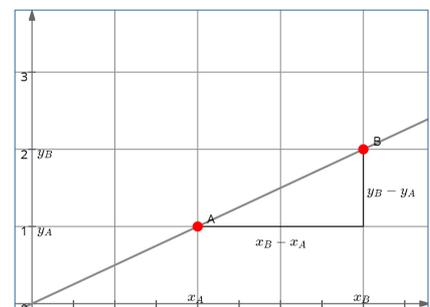
2.2. Équation d'une droite connaissant deux points

Exemple Trouvez l'équation de la droite passant par le point $A(1 ; 3)$ et le point $B(2 ; -5)$.

1. On commence par calculer le coefficient directeur de la droite (AB) qui est le taux d'accroissement de la fonction affine entre les abscisses de A et B:

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

2. On exprime que le point A (ou B) appartient à la droite (AB) :

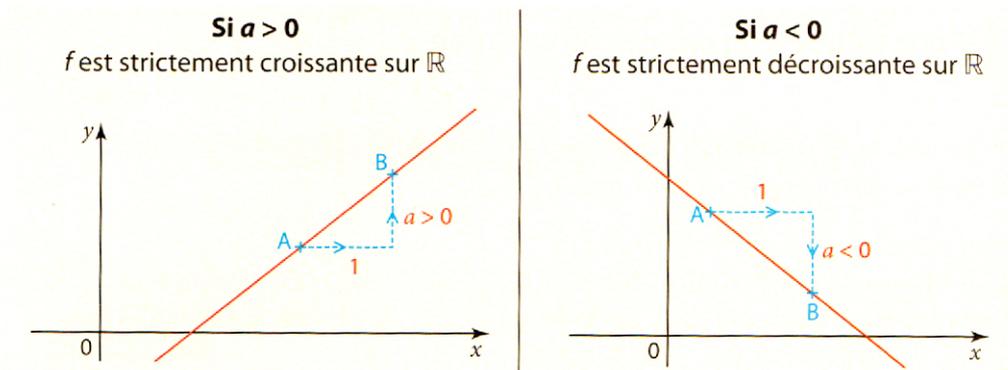


III Sens de variation d'une fonction affine

Propriété

Soit f une fonction affine définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax + b$,
alors :

- ♦ Si $a > 0$, f est strictement croissante sur \mathbb{R} ,
- ♦ Si $a < 0$, f est strictement décroissante sur \mathbb{R} ,
- ♦ Si $a = 0$, f est constante sur \mathbb{R} .



Démonstration :

IV Signe de $f(x) = ax + b$ (a et b réels connus)

Exemple : soit $f(x) = 2x - 4$ définie sur \mathbb{R} .

1. Compléter la 2ème ligne du tableau ci-contre :
2. Résoudre l'équation $f(x) = 0$ sur \mathbb{R} .

x	$-\infty$	$+\infty$
sens de f		
signe de $f(x)$		

3. Compléter davantage le tableau ci-contre.
4. Généraliser en complétant le tableau de signe ci-dessous pour une fonction $f(x) = ax + b$

Suivant le signe du coefficient directeur a , on obtient les tableaux de signes suivants :

$a > 0$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
variations			
signe de $ax + b$		0	

$a < 0$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
variations			
signe de $ax + b$		0	